

DEFINIZIONE DI VALORE ASSOLUTO:

Cosa si intende con valore assoluto di un numero:

Si scrive simbolicamente:

$$|x| = ?$$



Per definizione il **valore assoluto o modulo** di un qualunque numero è il corrispondente numero **POSITIVO O NULLO** ad esso associato.

ESEMPI:

- $|+ 7| = 7$
- $|- 7| = 7$
- $|0| = 0$

Si definisce simbolicamente:

$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \quad a) \\ x, & x \geq 0 \quad b) \end{cases}$$

- a. Se l'**argomento** del modulo è **negativo**, per ottenere il suo valore assoluto si deve cambiare il segno, e si ottiene $-x$
- b. Se l'**argomento** del modulo è **positivo o nullo**, per ottenere il suo valore assoluto non si cambia il segno, e si ottiene x

Stessa cosa se al posto di x abbiamo una funzione di x , $f(x)$. Si definisce simbolicamente:

$$|f(x)| = \begin{cases} -f(x), & \text{se } f(x) < 0 \\ f(x), & \text{se } f(x) \geq 0 \end{cases}$$

ESEMPIO:

$$|x - 1| = \begin{cases} -(x - 1) \rightarrow \text{se } x - 1 < 0 \\ x - 1 \rightarrow \text{se } x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

EQUAZIONI O DISEQUAZIONI CON UN SOLO VALORE ASSOLUTO:

Per risolvere una equazione con valore assoluto basta tenere ben a mente le definizioni date ed il significato di valore assoluto (**il valore assoluto non può mai essere negativo, perché indica sempre una quantità positiva**), inoltre basta memorizzare queste regole pratiche:

$$|f(x)| = k, \text{ con } k > 0 \rightarrow f(x) = \pm k$$

$f(x) = k$
(si ottengono due equazioni)
 $f(x) = -k$

$$|f(x)| > k, \text{ con } k > 0 \rightarrow f(x) < -k \vee f(x) > +k$$

(verificata per valori esterni a $\pm k$)

$$|f(x)| < k, \text{ con } k > 0 \rightarrow -k < f(x) < +k$$

(verificata per valori interni a $\pm k$)

ESEMPI: Vediamo intanto i casi più semplici e di immediata risoluzione

Se $k > 0$ k numero positivo

$$|x - 1| = 2 \begin{cases} x - 1 = +2 \rightarrow x = 3 \\ x - 1 = -2 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$|x - 1| > 2 \longrightarrow x - 1 < -2 \vee x - 1 > +2 \rightarrow x < -1 \vee x > +3$$

$$|x - 1| < 2 \longrightarrow -2 < x - 1 < +2 \rightarrow -1 < x < +3$$

Se $k < 0$ k numero negativo

$$|x - 1| < -2 \longrightarrow \nexists x \text{ (un valore assoluto mai minore di un numero negativo)}$$

$$|x - 1| \leq -2 \longrightarrow \nexists x \text{ (un valore assoluto mai minore o uguale ad un numero negativo)}$$

$$|x - 1| \geq -2 \longrightarrow \forall x \in \mathbb{R} \text{ (un valore assoluto è sempre maggiore di un numero negativo)}$$

$$|x - 1| > -2 \longrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

Se $k = 0$ k nullo

$$|x - 1| < 0 \longrightarrow \nexists x \text{ (un valore assoluto mai minore di un numero negativo)}$$

$$|x - 1| \leq 0 \longrightarrow \text{solo } x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \text{ (mai minore di un numero negativo)}$$

$$|x - 1| \geq 0 \longrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

$$|x - 1| > 0 \longrightarrow \forall x \in \mathbb{R} - \{1\} \text{ (perchè per } x = 1 \text{ si ottiene } 0 > 0 \text{ disug. falsa)}$$

ESEMPI: Vediamo adesso come si risolvono equazioni e disequazioni generiche con un modulo

$$|x - 1| = x + 2$$

per risolvere questa equazione dobbiamo considerare due casi

$$\begin{cases} \text{se } x-1 < 0 \\ -(x-1) = x+2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ -x+1 = x+2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ accettabile}$$

Cambio segno

$$\begin{cases} \text{se } x-1 \geq 0 \\ x-1 = x+2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -1 = +2 \end{cases} \rightarrow \nexists x$$

Non cambio segno

$$|x-1| \geq x+2$$

per risolvere questa disequazione dobbiamo considerare ancora due casi

$$\begin{cases} \text{se } x-1 < 0 \\ -(x-1) \geq x+2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ -x+1 \geq x+2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \frac{1}{2} \leq x < 1$$

Cambio segno

$$\begin{cases} \text{se } x-1 \geq 0 \\ x-1 \geq x+2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -1 \geq +2 \end{cases} \rightarrow \nexists x$$

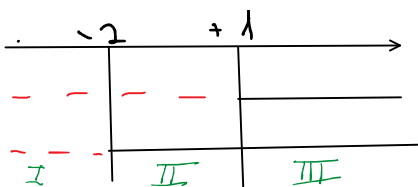
Non cambio segno

EQUAZIONI O DISEQUAZIONI CON DUE VALORI ASSOLUTI:

$$|x-1| \geq x+2 - |x+2|$$

Per risolvere questa disequazione dobbiamo studiare come varia il segno dell'argomento dei due moduli

- 1) Studiamo il segno dell'argomento del 1° modulo $x-1 > 0 \rightarrow x > 1$
- 2) Studiamo il segno dell'argomento del 2° modulo $x+2 > 0 \rightarrow x > -2$



Otteniamo tre intervalli

$$\text{Nel I intervallo } \begin{cases} x < -2 \\ -(x-1) \geq x+2 + (x+2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < -2 \\ -x+1 \geq 2x+4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < -2 \\ -3x \geq 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x \leq -1 \end{cases} \rightarrow S1: x < -2$$

$$\text{Nel II intervallo } \begin{cases} -2 \leq x \leq 1 \\ -(x-1) \geq x+2 - (x+2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 1 \\ -x+1 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 1 \\ x \leq 1 \end{cases} \rightarrow S2: -2 \leq x \leq 1$$

$$\text{Nel III intervallo } \begin{cases} x > 1 \\ x-1 \geq x+2 - (x+2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \geq 1 \end{cases} \rightarrow S3: x > 1$$

La soluzione finale è data dalla $S1 \cup S2 \cup S3$: $x < -2 \vee -2 \leq x \leq 1 \vee x > 1$ in sintesi $S: \forall x \in \mathbb{R}$

BYE!

